Government Bonds, Ratings, and Default Risk:

What can we Learn from the Greece Case?

Alexander Karmann
TU Dresden
Lehrstuhl für Geld, Kredit und Währung

Dominik Maltritz
Universität Erfurt
Lehrstuhl für Internationale Ökonomie

Homepage: http://www.tu-dresden.de/wwvwlgkw/defaultrisk/

Relevanz des Themas?

„Schäuble hilft den Pleite-Griechen“
(Bild, 16.3.2010)

„EU-Sondergipfel zur Rettung der Pleitegriechen“
(Bild, 11.2.2010)

„Griechenlandpleite würde deutsche Banken treffen“
(Die Welt, 17.2.2010)

„Lettland ist pleite“
(Heute-Journal, 21.11.2008)

„Ungarn vor der Pleite“
(Heute-Journal, 6.11.2008)

„Island ist pleite und wird es Jahre bleiben“
(Focus, 8.10.2008)

„Island kämpft gegen Staatsbankrott“
(Tagesschau, 7.10.2008)

„Milliarden für den Pleitekandidaten Ungarn“
(Süddeutsche, 29.11.2008)

Auswirkungen?

Währungskrise des Euro

Gefährdung der Stabilität der EWU

Negativer Einfluss auf griechisches Finanzsystem und Realwirtschaft

Unterstützungszahlungen durch andere Länder

Politische Krise der EU

Gliederung

1. Einleitung
2. Übersicht: Der optionsbasierte Ansatz zur Modellierung von Ausfallrisiken
3. Multiple Zahlungszeitpunkte: Der Compound-Options-Ansatz
4. Die Schätzung der Modellparameter
5. Resultate für Griechenland
6. Zusammenfassung

Grundidee: Das Auftreten eines Zahlungsausfalls

Es kommt zu einem Zahlungsausfall, wenn die Zahlungskapazität (zur Leistung von Schuldendienstzahlungen) W kleiner ist als die erforderlichen Zahlungen B.

-> Zwei Zustände sind im Zahlungszeitpunkt T zu unterscheiden:

A) Kein Ausfall, wenn die Zahlungskapazität größer oder gleich den Zahlungsverpflichtungen ist: $W_T \geq B$

B) Ausfall, wenn die Zahlungskapazität kleiner als die Zahlungsverpflichtungen ist: $W_T < B$

Der Strukturelle Ansatz als Optionspreismodell

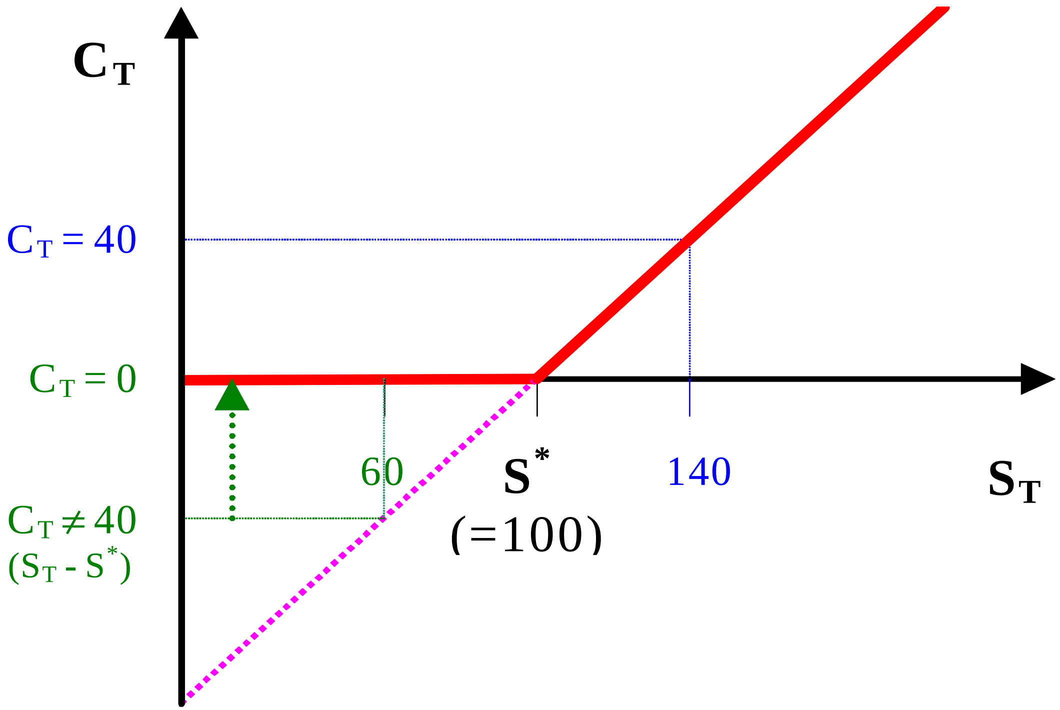
Der strukturelle Ansatz zur Modellierung von Kreditrisiken geht zurück auf Merton (1974), der Unternehmensausfälle betrachtet.

Merton unterstellt eine einfache Kapitalstruktur: Er nimmt an, dass die gesamte Verschuldung aus einem Zero-Bond besteht (d.h. es gibt nur einen Rückzahlungszeitpunkt).

Merton zeigt, dass die Position des Schuldners dem Besitz einer Option entspricht,

- deren Basiswert der Firmenwert und
- deren Ausübungspreis der Rückzahlungsbetrag für den Schuldendienst ist.

Exkurs: Auszahlungsfunktion einer (Aktien-) Call-Option im Ausübungszeitpunkt



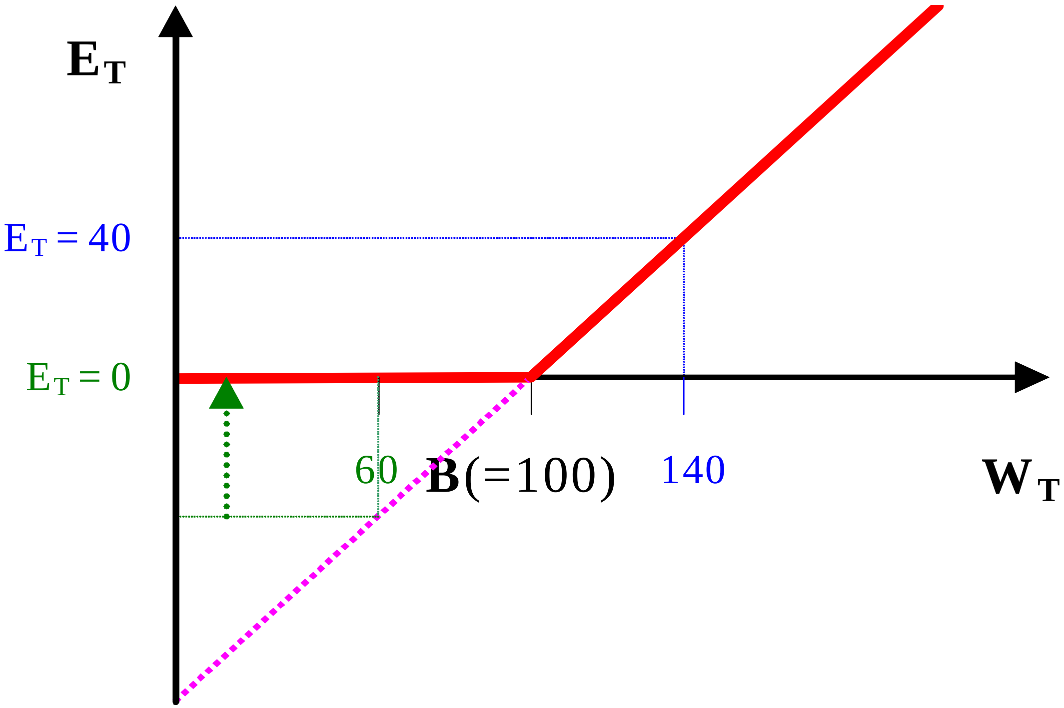
$$C_T = \max\{S_T - S^*; 0\}$$

mit: S_T = Aktienkurs
S^* = Ausübungspreis
T = Ausübungszeitpunkt

$S_T > S^*$: Der Optionsbesitzer übt die Option aus und erzielt einen Gewinn in Höhe von: $S_T - S^*$ **(140 – 100 = 40).**

$S_T < S^*$: Der Optionsbesitzer übt die Option nicht aus, da er die Aktie zu einem geringeren Preis (z.B. 60) am Markt kaufen könnte bzw. sie dort nur zu einem geringeren Preis verkaufen kann.
Aufgrund des Optionsrechtes (auf die Ausübung zur verzichten) ist der Wert der Option Null, aber nicht negativ.

Die Call-Options-Position eines Schuldners im Ausübungszeitpunkt



$$E_T = \max\{W_T - B; 0\}$$

mit: E_T = Wert der Option

W_T = Firmenwert (Basiswert)

B = Rückzahlungsbetrag (Ausübungspreis)

T = Ausübungszeitpunkt

$W_T > B$: Die Eigenkapitalgeber leisten die Schuldendienstzahlungen (Ausübung der Option). Der Eigenkapitalwert entspricht der (positiven) Differenz zwischen Firmenwert und Rückzahlungsbetrag: $W_T - B$ **(140 – 100 = 40).**

$W_T < B$: Es kommt zu einem Ausfall. Die tatsächlichen Schuldendienstzahlungen sind geringer als die verbrieften. Gläubiger erleiden Verluste. Der Wert des Eigenkapitals ist Null.

Stochastischer Firmenwert

Annahme: Der Firmenwert ist nicht mit Sicherheit bekannt und wird daher durch folgenden stochastischen Prozess modelliert:

$$dW = \mu_W W dt + \sigma_W W dZ.$$

Dabei ist μ_W die Drift rate, σ_W die Volatilität und dZ ein Standard-Gauss-Wiener-Prozess.

-> Die Wachstumsraten über gleichlange Zeitintervalle sind unabhängig, identisch normalverteilt:

$$w_{t,T} \sim \text{i.i.n.}[(\mu_W - \frac{\sigma_W^2}{2})(T-t); \sigma_W \sqrt{T-t}].$$

Der Strukturelle Ansatz und Länderausfallrisiken

Das Merton-Modell führt zu Formeln für die Ausfallwahrscheinlichkeit, den Wert von Verbindlichkeiten und das Eigenkapital.

Der beschriebene Ansatz wurde vielfach zur Analyse von Länderausfallrisiken adaptiert.

Dabei beschreibt die stochastische Zustandsvariable W die Zahlungskapazität eines Landes anstelle des Firmenwertes.

Der Strukturelle Ansatz und Länderausfallrisiken

Literaturbeispiele:

Claessens, S., van Wijnbergen, S., 1993. Secondary market prices and Mexico's Brady bond deal. *Quarterly Journal of Economics*; 108: 965-982.

Claessens, S., Pennacchi, G., 1996. Estimating the likelihood of Mexican default from market prices of Brady bonds. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*; 31: 109-126.

Keswani, A., 2000. Estimating a risky term structure of Brady bonds. *Lancaster University Management School Working Paper* 2000; No. 2000/028.

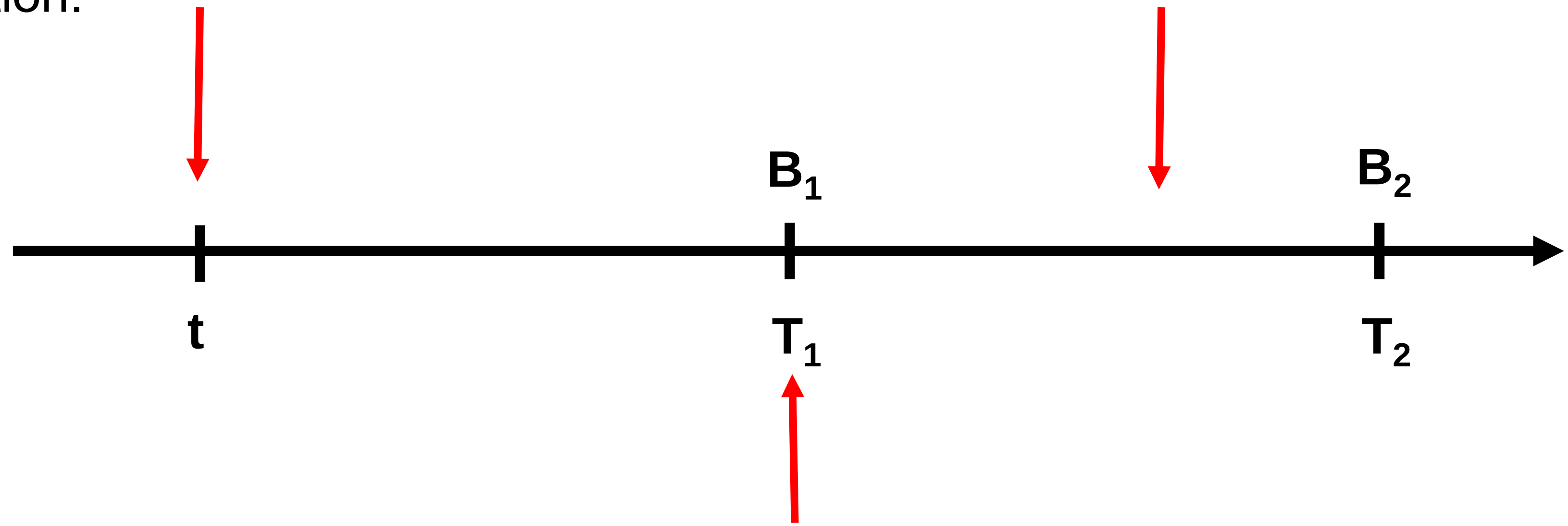
Lehrbass, F., 2000. *A simple approach to country risk*. In: *measuring risk in complex stochastic systems*, Franke, J, Härdle, W., Stahl, G., eds.. Springer: Berlin.

Compound-Options-Ansatz für zwei Zahlungszeitpunkte (Geske, 1979)

.

Wenn zwei Zahlungen, B_1 und B_2, zur Krisenvermeidung erforderlich sind, ähnelt die Position des Landes (dem Besitz) einer Compound-Option.

Nach dem ersten Zahlungszeitpunkt ähnelt die Position des Landes (dem Besitz) einer einfachen Call-Option.



In T_1 (< T_2) hat das Land (als Inhaber der Compound-Option) das Optionsrecht, die einfache Call-Option zu kaufen. D.h. das Land leistet die kurzfristigen Schuldendienstzahlungen und vermeidet einen Ausfall in kurzer Frist. Allerdings kann auf die Ausübung dieser Option auch verzichtet werden, d.h. es kommt in T_1 zu einem Zahlungsausfall.

Ausfallvermeidung in T_1

Annahme: Wenn Regierung über die Krisenvermeidung in T_1 entscheidet, weiß und berücksichtigt sie, dass später weitere Schuldendienstzahlungen geleistet werden müssen.

-> Es werden nicht alle verfügbaren Zahlungsmittel zur Vermeidung eines Ausfalls in T_1 geopfert, wenn dadurch ein Ausfall und damit eine Finanzkrise in T_2 unvermeidbar ist.

-> Der Schwellenwert ist höher als die Schwelle in der Merton-Situation (wo keine späteren Zahlungen): $W_Q > B_1$

Frage: Wie viel höher ist der Schwellenwert?

Quantifizierung der Krisenschwelle in T_1

Die erforderlichen Zahlungen werden geleistet und damit wird der Ausfall in

- T_1 vermieden, wenn der Optionswert größer oder gleich dem zu zahlenden Preis der Option ist, B_1:

$$B_1 \leq E_{T_1}$$

Der Optionswert ergibt sich entsprechend der Black-Scholes-Formel.

Der Schwellenwert für die Krisenvermeidung ist der Wert der Zahlungskapazität, der die obige Bedingung zu einer Gleichung macht:

$$B_1 = W_Q \cdot N_1(d + \sigma_W \sqrt{T_2 - T_1}) - B_2 \cdot e^{-r_s (T_2 - t_1)} \cdot N_1(d)$$

$$\text{mit: } d = \frac{\ln(W_Q / B_2) + (r_s - \sigma_W^2 / 2)(T_2 - T_1)}{\sigma_W \sqrt{T_2 - T_1}}$$

Wenn $W_t > W_Q$:	Der Optionswert ist größer als geforderter Preis.
	Die Option wird ausgeübt und der Ausfall in T_1 vermieden.
	Damit erwirbt das Land die Möglichkeit insgesamt eine Krise zu vermeiden
Wenn $W_t < W_Q$:	Optionswert ist kleiner als geforderter Preis.
	Option wird nicht ausgeübt und es kommt zu einem Ausfall.

Wert der Compound-Option vor T_1 (Geske, 1979)

Der (hypothetische) Wert der Compound-Option ergibt sich über:

$$
\begin{aligned}
E_t &= f(W_t, B_1, B_2, \sigma_W, T_1 - t, T_2 - t, r_s) \\
&= W_t \, N_2(d_1 + \sigma_W \sqrt{T_1 - t}, d_2 + \sigma_W \sqrt{T_2 - t}; \rho) \\
&\quad - B_2 \, e^{-r_s (T_2 - t)} N_2(d_1, d_2; \rho) - B_1 \, e^{-r_s (T_1 - t)} N_1(d_1)
\end{aligned}
$$

$$
\text{mit}: d_1 = \frac{\ln(W_t / W_Q) + (r_s - \sigma_W^2 / 2)(T_1 - t)}{\sigma_W \sqrt{T_1 - t}}
$$

$$
d_2 = \frac{\ln(W_t / B_2) + (r_s - \sigma_W^2 / 2)(T_2 - t)}{\sigma_W \sqrt{T_2 - t}}
$$

$$
\text{und } \rho = \sqrt{\frac{T_1 - t}{T_2 - t}}
$$

Wert von Verbindlichkeiten vor T_1 (Geske, 1977)

Der Wert der Verbindlichkeiten eines Landes ergibt sich über:

$$
\begin{aligned}
F_t &= f(W_t, B_1, B_2, \sigma_W, T_1 - t, T_2 - t, r_s) \\
&= W_t - W_t\, N_2(d_1 + \sigma_W \sqrt{T_1 - t}, d_2 + \sigma_W \sqrt{T_2 - t}; \rho) \\
&\quad + B_2\, e^{-r_s (T_2 - t)}\, N_2(d_1, d_2; \rho) + B_1\, e^{-r_s (T_1 - t)}\, N_1(d_1)
\end{aligned}
$$

$$
\text{mit}: d_1 = \frac{\ln(W_t / W_Q) + (r_s - \sigma_W^2 / 2)(T_1 - t)}{\sigma_W \sqrt{T_1 - t}}
$$

$$
d_2 = \frac{\ln(W_t / B_2) + (r_s - \sigma_W^2 / 2)(T_2 - t)}{\sigma_W \sqrt{T_2 - t}}
$$

$$
\text{und } \rho = \sqrt{\frac{T_1 - t}{T_2 - t}}
$$

Krisenwahrscheinlichkeiten

Die Ausfallwahrscheinlichkeit ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahlungskapazität in einem potentiellen Zahlungszeitpunkt unter dem jeweiligen Schwellenwert (W_Q, B_2) liegt.

-> Die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls im ersten oder zweiten Zeitpunkt:

$$PoC_{t,T_1,T_2} = 1 - PoS_{t,T_1,T_2} = 1 - N_2(d_1, d_2; \rho)$$

$$\text{mit}: d_1 = \frac{\ln(W_t / W_Q) + (r_s - \sigma_W^2 / 2)(T_1 - t)}{\sigma_W \sqrt{T_1 - t}} \qquad d_2 = \frac{\ln(W_t / B_2) + (r_s - \sigma_W^2 / 2)(T_2 - t)}{\sigma_W \sqrt{T_2 - t}}$$

-> Die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls in T_1:

$$PoC_{t,T_1} = 1 - PoS_{t,T_1} = 1 - N(d_1).$$

-> Die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls in T_2:

$$PoC_{T_2,t} = 1 - \frac{PoS_{T_1,T_2,t}}{PoS_{T_1,t}}$$

Anwendung: Überblick

Ziel: Schätzung des Ausfallrisikos und seiner Determinanten

Hauptproblem: Schätzung der Zahlungskapazität (W)
und ihrer Volatilität σ_W

->Lösung: Schätzung der Zahlungskapazität (und ihrer Volatilität) auf Basis beobachtbarer Marktpreise von Staatsanleihen.

Idee:

Marktpreise reflektieren alle für den Wert der Anleihe relevanten Information (Einschätzung der Marktteilnehmer).

Die Staatsanleihen einem unterliegen Ausfallrisiko: Bei einer Finanzkrise erleiden die Anleihehalter Verluste.

Die Preise reflektieren dieses Risiko.

Anwendung: Überblick

1) Schätzung des Marktwertes der Verbindlichkeiten aus beobachteten Marktdaten (risikoadjustierte Zinssätze, r_r)

2) Schätzung der Zahlungskapazität aus dem Marktwert der Verbindlichkeiten

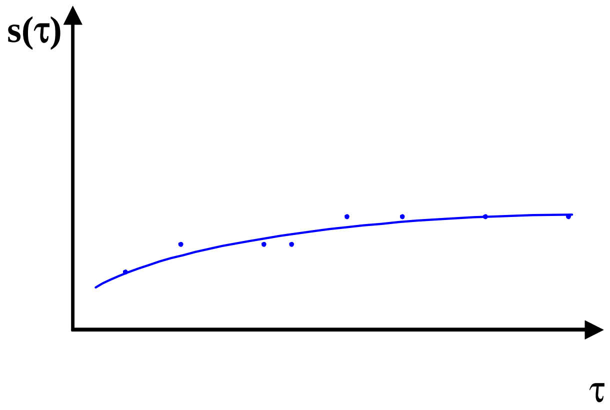
3) Schätzung der Krisenwahrscheinlichkeit

Schätzung des Marktwertes der Verbindlichkeiten

Marktwert der Verbindlichkeiten:

$$F_t = \sum_{i=1}^{I} B_i \, e^{-\underline{r_{r,t,T_i}}\,(T_i - t)}$$

Schätzung der Laufzeitabhängigkeit der riskanten Zinssätze / Spreads:



Formal (Scholtens, 1999):

$$r_{r,t,T_j} = \psi_{0,t} + \psi_{1,t} \ln(T_j - t) + \varepsilon_{t,j}$$

Schätzung der Zahlungskapazität (+ Volatilität)

Wir kennen: **F_t = Marktwert der Verbindlichkeiten**
T_1, T_2, B_1, B_2, r_S.

Wir suchen: W_t (and σ_W).

→ Zur Schätzung wenden wir die Bewertungsgleichung in umgekehrter Richtung an:

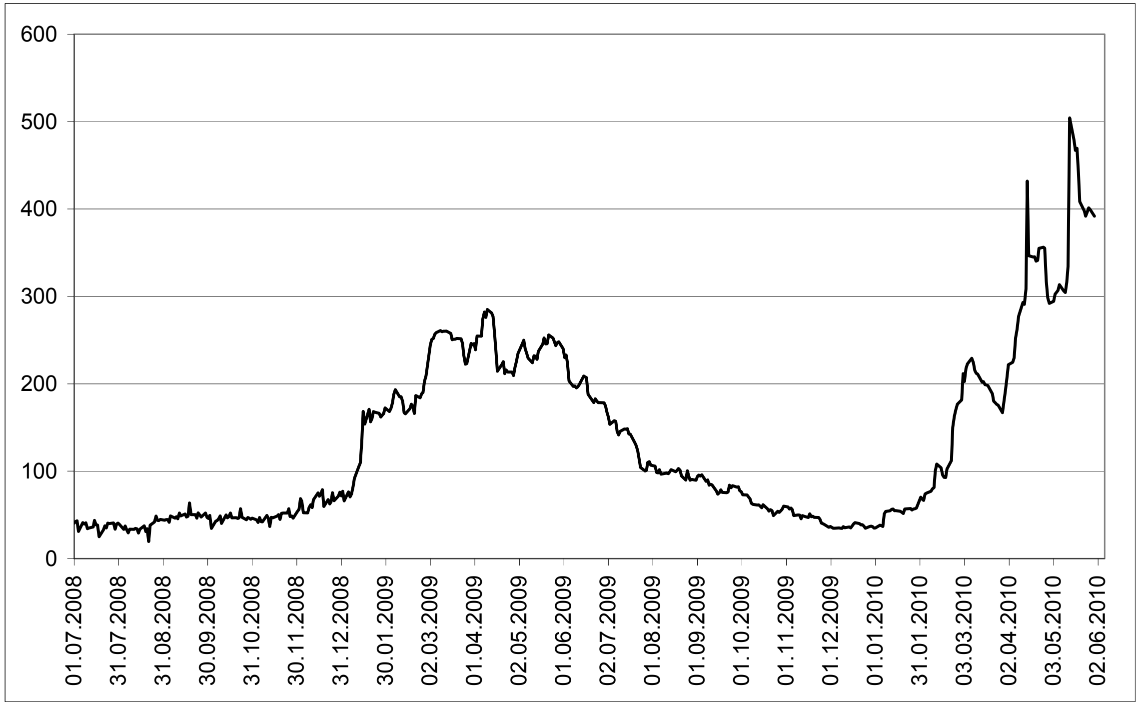
$$F_t = f(W_t, \sigma_W \;\&\; B_1, B_2, T_1, T_2, r_S)$$

→ Um beide Größen simultan zu schätzen, verwenden wir den zeitreihenbasierten Maximum-Likelihood-Ansatz von Duan (1994).

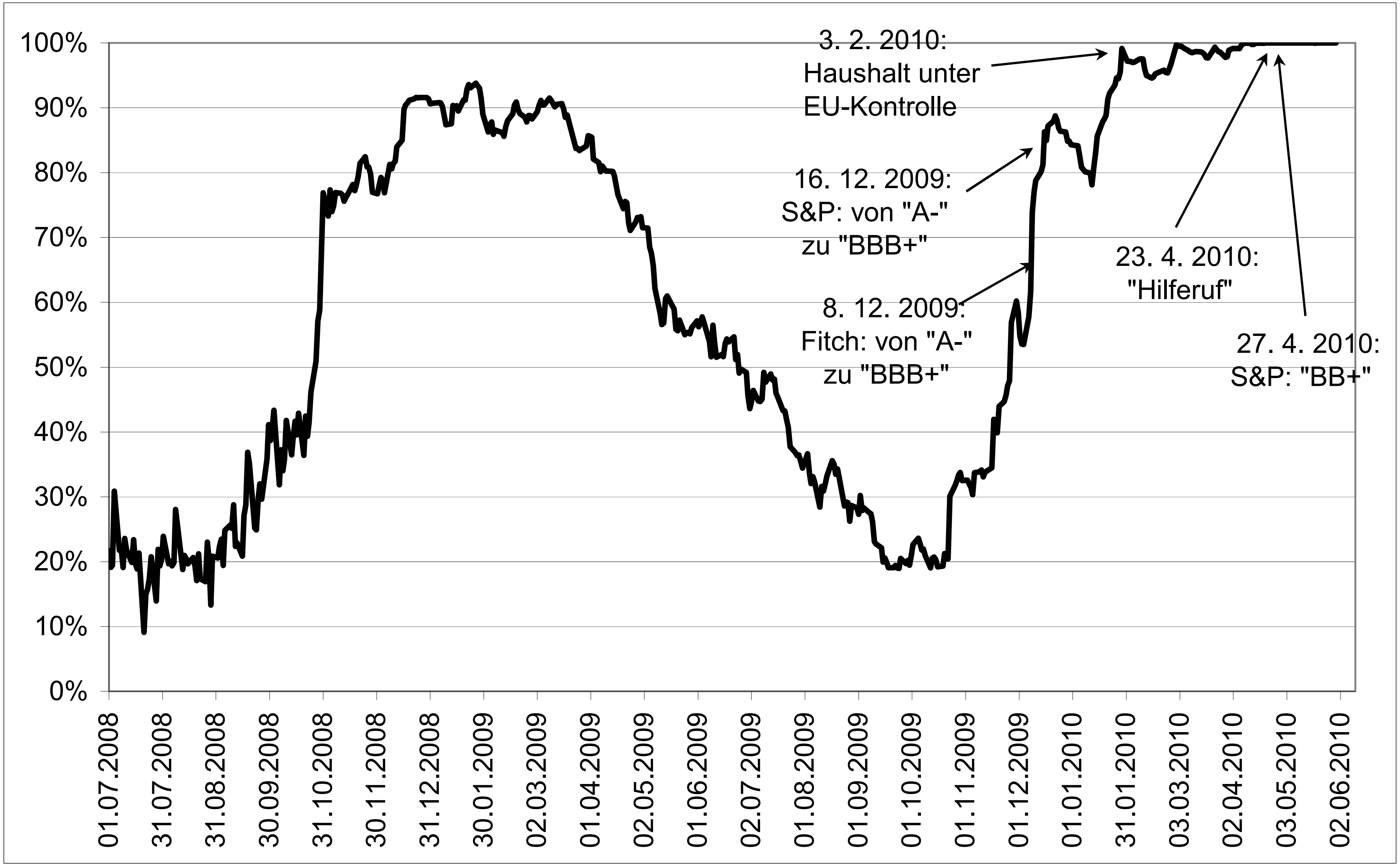
Situation in Griechenland

Verbindlichkeiten: 260 - 290 Milliarden (US Dollar)

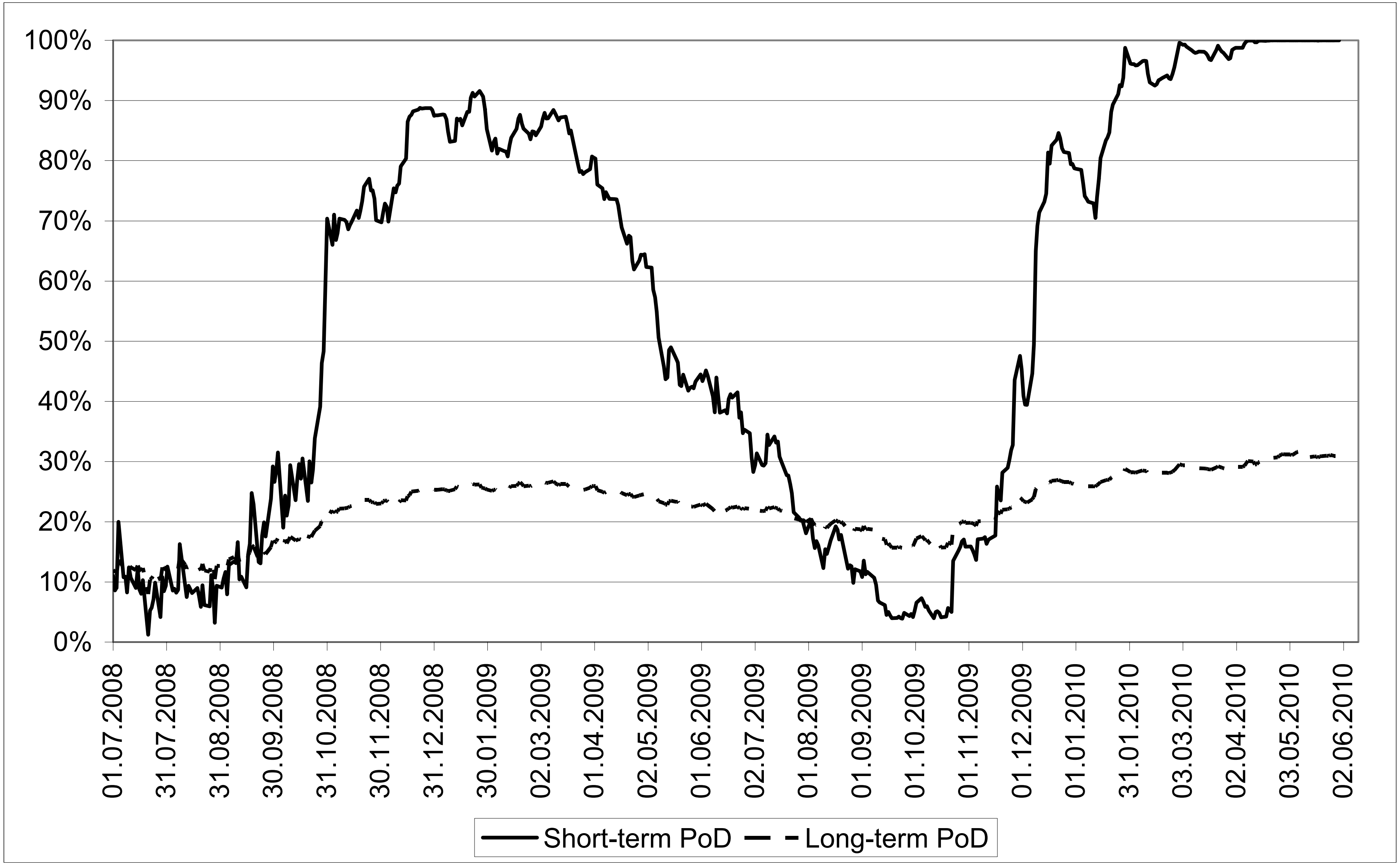
Entwicklung der (einjährigen) Zins-Spreads (in Basispunkten):



Ergebnisse: Ausfallwahrscheinlichkeit



Ergebnisse: Kurz- und langfristige Ausfallwahrscheinlichkeit



Zusammenfassung

Ziel ist die Analyse des Risikos eines Zahlungsausfalls am Beispiel Griechenlands mit einem strukturellen Kreditrisikomodell (optionsbasierter Ansatz).

Durch Anwendung von *Compound-Options-Theorie* werden kurz- und langfristige Zahlungen separat erfasst und ihre Zusammenhänge in einem gemeinsamen Modell abgebildet.

Die zentralen Modellparameter werden auf Basis von Marktpreisen ungarischer Staatsanleihen geschätzt, mit Hilfe des Maximum-Likelihood-Ansatzes von Duan (1994).

Vielen Dank!

Der Schätzansatz: Überblick

Annahmen:

(i) σ_W und μ_W sind konstant.

(ii) Wachstumsraten der Zahlungskapazität W sind unabhängig identisch normalverteilt.

-> Aus (i) folgt, dass σ_W für eine Zeitreihe den gleichen Wert annehmen sollte.

Für einen bestimmten Volatilitätswert und eine beobachtete Zeitreihe von Marktwerten der Verbindlichkeiten können wir die korrespondiere Zeitreihe der Zahlungskapazität bestimmen, indem wir die Bewertungsgleichung der Verbindlichkeiten anwenden.

Für diese Zeitreihe (präziser: die Zeitreihe der Wachstumsraten) leiten wir den Wert der (Log-) Likelihood funktion ab:

$$LLF = \sum_{n=0}^{N-1} - \ln(\sqrt{2\pi}) - \ln(\hat{\sigma}_{w(\Delta t)}) - \tfrac{1}{2}\left(\frac{w_{t-n} - \hat{\mu}^{*}_{w,N,(\Delta t)}}{\hat{\sigma}_{w(\Delta t)}}\right)^2 - \sum_{n=0}^{N-1} \ln\left(\frac{\partial E_{t-n}}{\partial W_{t-n}}\right) - \sum_{n=0}^{N-1} \ln W_{t-n}$$

Durch iterieren von σ_W und wiederholen dieses Vorgehens bestimmen wir den Maximalwert der Likelihoodfunktion.

Der zugehörige Wert der Volatilität und die Zeitreihe der Zahlungskapazität liefert den Schätzwert für diese Größen.

Die Drift wird über den Erwartungswert der Wachstumsraten der Zahlungskapazität geschätzt.